

Сравнение программного обеспечения для решения внутренних краевых задач электродинамики методом конечных элементов

А.Н. Савин, Н.А. Голованов, Е.А. Богомолова

АО «Научно производственное предприятие «Исток» им. А.И. Шокина», г. Фрязино

Аннотация: Представлены результаты применения современного, в том числе и свободно распространяемого программного обеспечения для математического моделирования и расчёта параметров резонансных электродинамических структур СВЧ методом конечных элементов. Оценка точности осуществлялась сопоставлением результатов расчёта собственных частот закороченного по плоскостям зеркальной симметрии отрезка замедляющей системы типа ЦСР с экспериментальными данными. Показано, что все рассмотренные программы обеспечивают высокую точность и эффективность при определённом выборе настроек, обеспечивающем корректное разбиение исследуемой структуры на конечные элементы и эффективность в процессе нахождения собственных значений.

Ключевые слова: Резонаторные и волноведущие системы СВЧ, метод конечных элементов

1. Введение

Математическое моделирование и исследование электродинамических характеристик (ЭДХ) резонаторных и волноведущих систем мощных вакуумных приборов СВЧ является одним из важных этапов при их разработке.

В мощных ЛБВ в качестве указанных волноведущих систем широко применяются замедляющие системы (ЗС) типа цепочек связанных резонаторов (ЦСР), а в клистродах одно- или многозачорные резонаторы [1, 2].

Для расчета выходных характеристик ЛБВ требуется знание ЭДХ ЗС с идентичными ячейками: дисперсионных характеристик (ДХ), определяющих частотные свойства, и сопротивления связи ($R_{св}$), отвечающего за эффективность взаимодействия электронного потока с полем ЗС. В клистродах аналогичными параметрами служат нагруженная добротность (Q_{load}) и параметр эффективности взаимодействия (ρM^2). В случае ЛБВ требуемые параметры можно получить, используя результаты расчёта собственных (резонансных) частот короткозамкнутых по плоскостям симметрии отрезков ЗС ЦСР и распределения электромагнитных полей на этих частотах [3]. Для клистронов обычно рассчитываются резонансные частоты, распределения электромагнитных полей в области пространства взаимодействия на, резонансных частотах и добротности [1].

В обоих случаях расчёт требуемых параметров сводится к решению внутренней краевой задачи на собственные значения [4].

Математически такую задачу для рассматриваемых объектов можно сформулировать следующим образом. В изолированном от внешней среды объёме V , ограниченном металлической поверхностью S и не содержащем источников поля (токов и зарядов), требуется найти различные виды колебаний (собственные), удовлетворяющие однородным уравнениям Максвелла для электрических и магнитных полей или эквивалентным им однородным уравнениям Гельмгольца для электрического или магнитного векторов Герца. Т.к. рассматриваются стационарные процессы, то предполагая гармоническую зависимость от времени изменяемых

величин, решения определяются в частотной области и в указанных выше уравнениях используются комплексные амплитуды [4].

В этом случае для решения задачи эффективным является использование метода конечных элементов (МКЭ). Основные положения МКЭ, математические соотношения поэтапного решения задач (вариационная формулировка, дискретизация области решения, выбор интерполяционных функций, генерация и решение системы линейных алгебраических уравнений) освещены в [5].

Целью работы являлась оценка эффективности современного программного обеспечения, в том числе и свободно распространяемого, при решении внутренних задач электродинамики на примере расчёта собственных частот резонансных структур СВЧ.

2. Объекты и результаты исследования

В качестве объекта моделирования рассматривался короткозамкнутый по плоскостям зеркальной симметрии (резонансный) отрезок периодической ЗС типа ЦСР из 6-и ячеек, имеющий достаточно сложную конфигурацию граничных поверхностей. Конфигурация одной ячейки приведена на рис. 1.

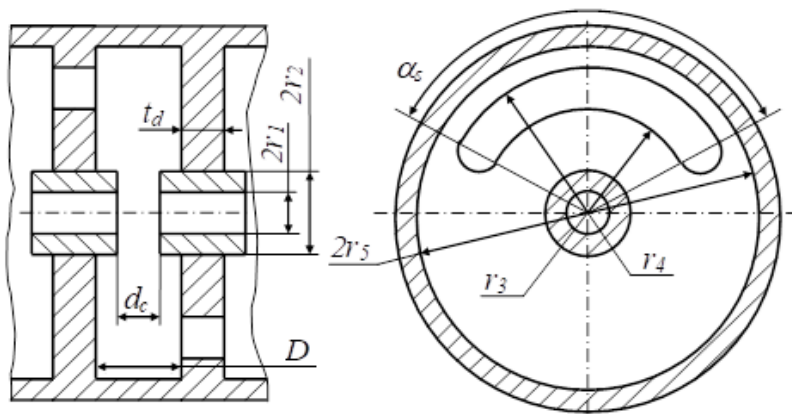


Рисунок 1. Продольный и поперечный разрезы ЗС типа ЦСР с повернутыми на 180° щелями связи с симметричным расположением трубок дрейфа.

$D = 15$ мм, $d_c = 5.2$ мм, $t_d = 4.3$ мм, $r_5 = 25.25$ мм, $r_4 = 23.5$ мм, $r_3 = 13.6$ мм, $r_2 = 6.8$ мм, $r_1 = 4.5$ мм, $\alpha_s = 105^\circ$.

В настоящее время существует значительное число как коммерческих (как правило дорогостоящих), так и свободно распространяемых программных систем, предназначенных для решения задач в области электродинамики СВЧ с помощью МКЭ. В работе для расчёта ЭДХ резонансного отрезка периодической ЗС типа ЦСР методом конечных элементов использовались свободно распространяемый пакет программ FreeFem [6], широко применяемые коммерческие программы Ansys HFSS [7] и CST Studio Suite [8], а также относительно недавно появившаяся на рынке отечественная коммерческая САПР «Гамма» [9].

Основным недостатком свободно распространяемого пакета программ FreeFem является отсутствие графической оболочки и, как следствие, возможности 3D моделирования сложных граничных поверхностей. Для решения этой проблемы можно использовать также свободно распространяемые программные средства графического моделирования, например, программную среду FreeCAD [10].

В работе [11] подробно рассмотрен порядок действий при расчете ЭДХ резонансных структур сложной конфигурации с помощью FreeFem, а также приведён алгоритм определения ДХ и сопротивления связи $R_{св}$ периодической ЗС типа ЦСР по результатам расчёта резонансных частот соответствующего закороченного по

плоскостям зеркальной симметрии отрезка ЗС и распределения электрических полей в нём на этих частотах.

Важной задачей, обеспечивающей достоверность получаемых с помощью МКЭ результатов, является выбор метода и параметров разбиения исследуемой структуры на конечные элементы, а также параметров вычислительного процесса нахождения собственных значений, отвечающих за его эффективность с точки зрения точности и вычислительных затрат.

При расчёте собственных частот резонансного отрезка периодической ЗС типа ЦСР для корректной настройки указанных параметров в рассматриваемых программах использовались соответствующие экспериментальные значения, имеющие погрешность не более 0.02%. При этом для повышения достоверности результатов и эффективности расчёта использовались доступные в каждой из рассматриваемых программ возможности: учёт потерь в стенках резонатора, адаптивная генерация сетки. Также учитывалось наличие плоскости симметрии со свойствами магнитной стенки у рассматриваемой резонансной структуры, что в два раза снизило моделируемый объём.

Результаты расчета собственных частот в резонаторной и ближайшей к ней щелевой полосах пропускания ЗС типа ЦСР, полученные с помощью указанных выше программных средств и сравнение их с экспериментальными данными приведены в таблицах 1, 2 соответственно. Для оценки эффективности программ приведено число тетраэдров в конечно-элементной сетке для каждого случая.

Таблица 1. Экспериментальные и расчётные собственные частоты резонансного отрезка ЗС типа ЦСР из 6-и ячеек в резонаторной полосе пропускания

Эксперимент							
φ_m , рад	$6\pi/6$	$5\pi/6$	$4\pi/6$	$3\pi/6$	$2\pi/6$	$1\pi/6$	$0\pi/6$
$f_{\text{эксп}}$, ГГц	-	2,7987	2,9505	3,1790	3,4536	3,7251	3,8609
FreeFem, PEC, мелкоструктурная сетка, число тетраэдров $\sim 6.1 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	2,74666	2,80095	2,95067	3,17816	3,45439	3,72146	3,85329
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,080	0,005	-0,026	0,023	-0,098	-0,198
HFSS, Coorer, адаптивная сетка, число тетраэдров $3.3 \cdot 10^4 \div 4.5 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	2,74828	2,80134	2,95111	3,17908	3,45409	3,72364	3,85481
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,094	0,020	0,003	0,014	-0,039	-0,158
HFSS, PEC, адаптивная сетка, число тетраэдров $3.3 \cdot 10^4 \div 4.5 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	2,74747	2,80154	2,95151	3,17936	3,45546	3,72392	3,85507
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,101	0,034	0,011	0,054	-0,032	-0,152
CST, Coorer, адаптивная сетка, число тетраэдров $7 \cdot 10^4 \div 8.3 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	2,74317	2,7961	2,9466	3,17364	3,44856	3,71706	3,85012
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	-0,093	-0,133	-0,167	-0,146	-0,216	-0,28
CST, PEC, адаптивная сетка, число тетраэдров $7 \cdot 10^4 \div 8.6 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	2,74369	2,79661	2,94711	3,17396	3,44942	3,71798	3,8513
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	-0,075	-0,115	-0,159	-0,121	-0,191	-0,249
GAMMA, PEC, мелкоструктурная сетка, число тетраэдров $\sim 7 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	2,74601	2,79851	2,94843	3,17506	3,44767	3,71465	3,84813
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	-0,007	-0,070	-0,124	-0,171	-0,281	-0,331

Таблица 2. Экспериментальные и расчётные собственные частоты резонансного отрезка ЗС типа ЦСР из 6-и ячеек в щелевой полосе пропускания

Эксперимент							
φ_m , рад	6 $\pi/6$	5 $\pi/6$	4 $\pi/6$	3 $\pi/6$	2 $\pi/6$	1 $\pi/6$	0 $\pi/6$
$f_{\text{эксп}}$, ГГц	-	6,3320	6,0061	5,6375	5,2670	4,9460	-
FreeFem, PEC, мелкоструктурная сетка, число тетраэдров $\sim 6.1 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	6,49519	6,33981	6,01954	5,65334	5,28301	4,96127	4,81395
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,124	0,224	0,280	0,304	0,309	-
HFSS, Cooreg, адаптивная сетка, число тетраэдров $3.8 \cdot 10^4 \div 4.5 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	6,49644	6,34272	6,01982	5,65268	5,28442	4,96433	4,81428
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,170	0,229	0,269	0,331	0,370	-
HFSS, PEC, адаптивная сетка, число тетраэдров $4 \cdot 10^4 \div 4.7 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	6,49638	6,34308	6,02045	5,65354	5,28539	4,96470	4,81475
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,176	0,240	0,284	0,349	0,378	-
CST, Cooreg, адаптивная сетка, число тетраэдров $7 \cdot 10^4 \div 8.6 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	6,48624	6,33246	6,0111	5,64535	5,2773	4,95794	4,79432
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,008	0,084	0,139	0,196	0,241	-
CST, PEC, адаптивная сетка, число тетраэдров $6.7 \cdot 10^4 \div 8.2 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	6,4878	6,3344	6,01252	5,64596	5,27854	4,9585	4,8068
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,039	0,108	0,15	0,219	0,253	-
GAMMA, PEC, мелкоструктурная сетка, число тетраэдров $\sim 7 \cdot 10^4$							
$f_{\text{расч}}$, ГГц	6,48782	6,33261	6,01149	5,64524	5,27834	4,95887	4,80836
$\frac{f_{\text{расч}} - f_{\text{эксп}}}{f_{\text{эксп}}}$, %	-	0,010	0,090	0,137	0,215	0,260	-

Как видно из таблиц 1, 2, отличия рассчитанных методом конечных элементов с помощью рассматриваемых программ собственных частот резонансного отрезка ЗС типа ЦСР из 6-и ячеек от экспериментальных данных не превышают 0.33% в резонаторной и 0.38% в щелевой полосах пропускания, что подтверждает надёжность получаемых с помощью МКЭ результатов и корректный в каждом случае выбор параметров вычислительного процесса (число итераций при вычислениях с использованием адаптивных сеток, минимальный размер при построении мелкоструктурных неадаптивных сеток). Отклонения рассчитанных всеми рассматриваемыми программами резонансов частот от экспериментальных в каждой полосе имеют подобный характер, что также говорит об адекватности результатов расчёта. При этом программы использовали близкие по величине вычислительные ресурсы (см. число тетраэдров в таблицах 1, 2) и соответственно затрачиваемое время (в случае вычисления на одной ЭВМ).

Применение адаптивных сеток, как правило, повышает эффективность вычислительного процесса МКЭ за счёт снижения числа тетраэдров при разбиении моделируемого объёма (см. пункты HFSS и Гамма в таблицах 1, 2). Однако в этом случае, например, при расчёте ЗС типа ЦСР с крутыми ДХ или многозачорных резонаторов клистронов с распределённым взаимодействием может возникать проблема разделения близко расположенных видов колебаний, требующая дополнительных вычислений для её решения [12]. При использовании

мелкоструктурных неадаптивных сеток такой проблемы не возникает, а параметры разбиения, минимизирующие вычислительные затраты и обеспечивающие при этом адекватные результаты, подбираются, например, по известным экспериментальным данным для класса моделируемого объекта, как сделано выше.

3. Заключение

Проведена оценка результатов применения современного, в том числе и свободно распространяемого программного обеспечения для расчёта собственных частот закороченного по плоскостям зеркальной симметрии отрезка замедляющей системы типа ЦСР методом конечных элементов. Сравнение результатов расчёта с экспериментальными данными показало, что все рассмотренные программы обеспечивают высокую точность и эффективность при определённом выборе настроек, обеспечивающем корректное разбиение исследуемой структуры на конечные элементы и эффективность в процессе нахождения собственных значений.

Список литературы

1. Григорьев А.Д., Янкевич В.Б. Резонаторы и резонаторные замедляющие системы. – М.: «Радио и связь», 1984. – 248 с.
2. Nakrap I.A., Savin A.N. Comparison of a class of millimeter-band slow-wave structures with a traditional chain of coupled resonators // *Journal of Communications Technology and Electronics*. 2014. 59 (8), pp. 809-817.
3. Kantrowitz F. Three-dimensional simulation of frequency-phase measurements of arbitrary coupled-cavity RF circuits/ Kantrowitz F. and Tammaru I.// *IEEE Trans. Electron Devices*. 1988. vol. 35, N.11. pp. 2018-2026.
4. Григорьев А.Д. Методы вычислительной электродинамики. – М.: ФИЗМАЛИТ, 2012. – 432 с.
5. Zhu Y. Multigrid Finite Element Methods for Electromagnetic Field Modeling/ Zhu Y., Cangellaris A.C.// John Wiley and Sons. 2006. 408 p.
6. FreeFem. A high level multiphysics finite element software. – URL: <http://www.freefem.org> (26.04.2024).
7. ANSYS HFSS. 3D High Frequency Simulation Software. – URL: <https://www.ansys.com/products/electronics/ansys-hfss> (26.04.2024).
8. CST Studio Suite. Electromagnetic Field Simulation Software. – URL: <https://www.3ds.com/products/simulia/cst-studio-suite> (26.04.2024).
9. САПР Гамма. – URL: <https://www.sevsu.ru/innovation/sapr-gamma> (26.04.2024).
10. FreeCAD. Your own 3D parametric modeler. – URL: <https://www.freecad.org> (26.04.2024).
11. Pomykalov V.M., Boronina V.V., Savin A.N., Nakrap I.A. Use of a Free Software to Solve Internal Boundary Problems of Electrodynamics with a Method of Finite Elements // 2018 International Conference on Actual Problems of Electron Devices Engineering (APEDE), 27-28 September 2018, Saratov, Russia. Publisher: IEEE. – P. 387-393. DOI: 10.1109/APEDE.2018.8542331
12. Савин А.Н., Накрап И.А., Вахлаева К.П. Метод разделения видов колебаний при расчете характеристик ЗС ЦСР в программе ANSYS HFSS // *Ural Radio Engineering Journal*. 2018. Т. 2. № 4. С. 41-51.